

SHU(MRU) 物理学院-每日一题 13

Prof. Shu

2023 年 7 月 17 日

题目 13.

在康普散射中, 已知反冲电子的运动方向与入射光子的运动方向成 φ 角, 入射光的频率为 ν . 求反冲电子的动能.

题目 12 的参考答案.

取 σ' 为垂轴上与盘心相距 z , 与轴垂直的面. 取圆盘上一面元 $dS = \rho d\rho d\varphi$, 其中 ρ 为面元对应的圆盘半径. 由定义可知

$$B = \frac{d\Phi}{d\Omega dS \cos\theta} \quad (1)$$

式中 $d\Omega$ 是面积 σ' 对面元 dS 所张的立体角, $d\Phi$ 是 dS 发出的在 $d\Omega$ 内的光通量, θ 是面元 dS 的法线与立体角轴线 \mathbf{r} 之间的夹角.

于是 dS 照到 σ' 上的光通量为

$$\begin{aligned} d\Phi' &= d\Phi \cos\theta = B \cos\theta dS d\Omega = B \cos\theta \cdot \rho d\rho d\varphi \cdot \frac{\sigma' \cos\theta}{r^2} \\ &= B\sigma' \frac{\rho \cos^2\theta d\rho d\varphi}{r^2} = B\sigma' \frac{\rho z^2 d\rho d\varphi}{(\rho + z)^2} \end{aligned} \quad (2)$$

因为朗伯体亮度与角向无关, 积分得

$$\Phi' = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R B\sigma' \frac{\rho z^2 d\rho}{(\rho + z)^2} = 2\pi B\sigma' z^2 \int_0^R \frac{\rho d\rho}{(\rho + z)^2} = \frac{\pi R^2 B\sigma'}{R^2 + z^2} \quad (3)$$

于是 σ' 上得照度为

$$E = \frac{\Phi'}{\sigma'} = \frac{\pi R^2 B}{R^2 + z^2} \quad (4)$$