

# SHU(MRU) 物理学院-每日一题 16

Prof. Shu

2023 年 7 月 21 日

## 题目 16.

一个体系由  $N$  ( $N \gg 1$ ) 个近独立粒子构成, 每个粒子的能量只能取  $\varepsilon_1 = 0$  和  $\varepsilon_2 = \varepsilon > 0$ . 设低能级的粒子数为  $N_1$ , 高能级的粒子数为  $N_2$ .

1. 求体系的熵  $S$ .
2. 求体系温度  $T$  与体系能量  $E$  的函数关系, 求出  $T < 0$  的条件.
3. 当负温度体系与正温度体系接触时, 热流的方向是什么?

## 题目 16 的提示.

使用统计的方法求熵. Stirling 近似:  $n! \approx \sqrt{2\pi n} n^{n+\frac{1}{2}} e^{-n}$ .

温度的热力学定义:  $T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_N$

## 题目 15 的参考答案.

由高斯定理可得电荷密度为

$$\begin{aligned}\rho(r) &= \varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \varepsilon_0 A \nabla \cdot \left( \frac{e^{-br}}{r} \hat{\mathbf{r}} \right) \\ &= \varepsilon_0 A \left( \nabla e^{-br} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r} + e^{-br} \nabla \cdot \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r} \right) \\ &= \varepsilon_0 A \left[ \left( \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial r} e^{-br} \right) \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r} + e^{-br} \nabla \cdot \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r} \right] \\ &= -\frac{\varepsilon_0 A b}{r^2} e^{-br} + 4\pi \varepsilon_0 A \delta(\mathbf{r})\end{aligned}\tag{1}$$

其中第四个等号用了球坐标下的  $\nabla$  表示.

总电荷可由电荷密度积分得

$$Q = \int_0^\infty \rho(r) dV = - \int_0^\infty \frac{\varepsilon_0 A b}{r^2} e^{-br} \cdot 4\pi r^2 dr + 4\pi \varepsilon_0 A = 0 \quad (2)$$